

3. Сидоренко І.І. Пружна муфта з нелінійним механічним зворотним зв'язком / І.І. Сидоренко, В.О. Курган // Праці Одеського політехнічного університету. – 2011. – Вип.2. – С.38-45. 4. Колесник К.К. Зниження віброактивності приводних систем з пружними муфтами: автореферат дис. ... канд.техн.наук: спец. 05.02.09 – динаміка та міцність машин / К.К. Колесник. – Львів, 2003. – 20с. 5. Ковальчук Р.А. Обґрунтування раціональних режимів пуску насосних агрегатів бурових установок: автореферат дис. ... канд.техн.наук: спец. 05.02.09 – динаміка та міцність машин / Р.А. Ковальчук. – Львів, 2008. – 20с. 6. Іванченко Ф.К. О влиянии эксцентриситета между полумуфтами на характеристику упругой муфты / Ф.К. Иванченко, С.Л. Панов // Детали машин. – 1983. – Вип.37. – С. 26-28. 7. Киркач Н.Ф. Определение аналитического выражения для упругого момента в муфте с промежуточным барабаном / Н.Ф. Киркач, Л.В. Курмаз, А.В. Шаранов, А.Н. Гармашов // Детали машин. – 1986. – Вип.43. – С.29-32. 8. Архангельский Г.В. Эффективность использования упругой муфты с расширенным участком квазиулевого жесткости / Г.В. Архангельский // Детали машин. – 1990. – Вип.51. – С.17-22. 9. Сидоренко І.І. Основи синтезу нелінійних динамічних віброгасників крутильних коливань / І.І. Сидоренко, С.С. Гутця // Машинознавство. – 2010. – №1-2. – С.17-20. 10. Проценко В.О. Синтез пружно-компенсуючих муфт з канатними елементами: автореферат дис. ... канд.техн.наук: спец. 05.02.02 – машинознавство / В.О. Проценко. – Львів, 2012. – 21с. 11. Проценко В.О. Пружні елементи зі стиснутих канатів: перспективи застосування та дослідження / В.О. Проценко // Матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конф. "Сучасні енергетичні установки на транспорті і технології та обладнання для їх обслуговування 2012", (м. Херсон, 10-12 жовтня 2012 р.). – Херсон: Видавництво ХДМА, 2012. – С.134-136. 12. Проценко В.О. Проективання муфт з торцевою установкою прямих канатів / В.О. Проценко // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – К.: КНУБА, 2011. – Вип.77. – С. 44-50.

Надійшла до редколегії 15.03.2013

УДК 621.825.5/.7

**Перспективи застосування муфт з торцевою установкою прямих канатів як пристроїв із нелінійною жорсткістю / В.О. Проценко, А.Ф. Сімагін // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.127-131. – Бібліогр.: 12 назв.**

На основе анализа современного состояния развития нелинейных упругих муфт показана необходимость разработки и исследования новых конструкций. На примере натурального образца доказано, что муфты с торцевой установкой прямых канатов имеют нелинейную характеристику при их закручивании в направлении сжатия канатов. Предложены направления перспективных исследований этих муфт и упругих элементов из сжатых канатов.

**Ключевые слова:** нелинейные упругие муфты, упругие элементы из сжатых канатов.

On the basis of analyze of development nonlinear elastic muffs necessity of working out and probe of new constructions is showed. On an example of natural sample is proved that muffs with face installation of direct ropes have a nonlinear performance at their twisting in a direction of squeezing ropes. Directions of perspective probes of these muffs and elastic elements from the squeezed ropes are offered.

**Keywords:** nonlinear elastic muffs, elastic elements from the squeezed ropes.

УДК 621.833

**О.І. САВЕНКОВ**, асистент НУК ім. адм. Макарова, Николаев

## ПОВЫШЕНИЕ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ЗУБЧАТЫХ МУФТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК\*

Разработаны методы расчета нагрузочной способности зубчатых муфт, у которых внутренние зубья являются скошенными, а наружные зубья состоят из прямолинейно-криволинейных участков. Показано, что при определенных сочетаниях параметров профилирования наружных и внутренних зубьев возможно создание зубчатых муфт, у которых наблюдается равномерное распределение усилий между зубьями независимо от расцентровок осей.

**Ключевые слова:** муфта, зуб, усилие, перекося, продольная модификация.

**Постановка проблемы.** Повышение нагрузочной способности зубчатых муфт, работающих при перекосях осей соединяемых валов, является актуаль-

\*Работа выполнена под научным руководством д.т.н., проф. А.П. Попова.

ной проблемой, успешное решение которой целиком и полностью предопределяет эффективность эксплуатации систем и агрегатов двигателей и энергетических установок. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые муфты.

**Анализ последних исследований.** Наиболее полно новые технические решения и исследования по указанной проблеме изложены в [1-5]. Указанные технические решения, направления разработок новых технических решений и методология теоретических исследований нагрузочной способности зубчатых муфт впервые разработаны и созданы проф. А.П. Поповым.

**Цель работы.** Определение зависимостей, позволяющих при наличии профилирования наружных и внутренних зубьев создавать конструкции зубчатых муфт с повышенными нагрузочными свойствами.

**Изложение основного материала.** В данной работе рассматривается зубчатая муфта, у которой наружные зубья в средней части втулки являются прямыми, а на концевых участках – криволинейными [1]. Наружные зубья обоймы при этом предполагаются скошенными [2]. Указанное сочетание втулки с обоймой позволяет оценить нагрузочную способность предложенной зубчатой муфты с учетом взаимного влияния профилирования наружных и внутренних зубьев при наличии перекоса осей соединяемых валов машинных агрегатов.

Нагрузочная способность любой зубчатой муфты определяется максимальным усилием, действующим на наиболее нагруженную сопряженную пару зубьев при перекосе осей, в сопоставлении со средним постоянным усилием, действующим на любую сопряженную пару зубьев при отсутствии перекоса осей. Для нахождения максимального усилия необходимо иметь уравнение распределения усилий между зубьями, а распределение усилий, в свою очередь, определяется законом распределения боковых зазоров между зубьями при перекосе

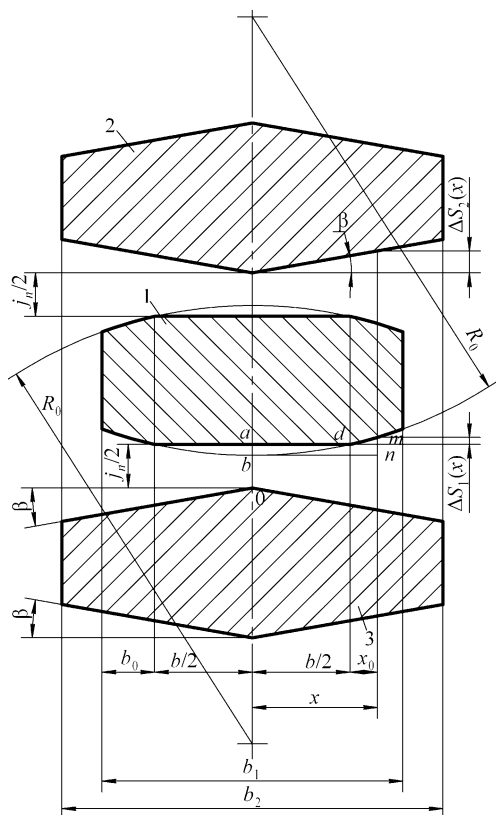


Рисунок 1 – Расположение сечения наружного зуба 1 между сечениями внутренних зубьев 2 и 3

осей.

В работе [3] приведены уравнения законов распределения нормальных боковых зазоров между зубьями при перекосе осей с учетом различных форм образующих боковых поверхностей зубьев. Из этой работы следует, что функция распределения нормальных боковых зазоров между зубьями в общем виде выглядит так:

$$j_n(\varphi) = j_n - j'_n(\varphi), \quad (1)$$

где

$$\Delta j'_{n2}(\varphi) = \left[ mz\psi^2 \left( \frac{\sin 2\varphi}{2} + \alpha_w \cos^2 \varphi \right) \right] / 4; \quad \Delta j'_{n1}(\varphi) = x\psi \cos \varphi; \quad j'_n(\varphi) = \Delta j'_{n1}(\varphi) - \Delta j'_{n2}(\varphi).$$

С учетом выражения  $j'_n(\varphi)$  уравнение (1) представим следующим образом:

$$j_n(\varphi) = j_n - \left[ x\psi - \frac{mz\psi^2}{4} \times (\sin \varphi + \alpha_w \cos \varphi) \right] \cos \varphi, \quad (2)$$

где  $x$  – текущее значение абсциссы (рисунок 1);  $\psi$  – угол перекоса осей;  $m$  – модуль зацепления;  $z$  – число зубьев;  $\alpha_w$  – угол зацепления;  $\varphi$  – текущее значение угла поворота (рисунок 2).

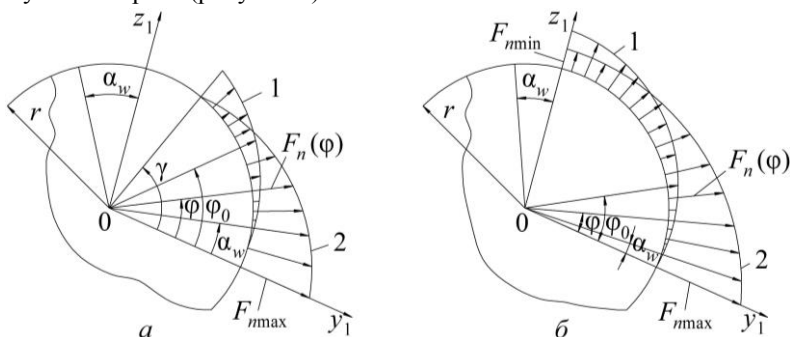


Рисунок 2 – Распределение боковых зазоров (кривые 1) и нормальных усилий (кривые 2) между зубьями при перекосе осей:  
а – часть зубьев в зацеплении; б – все зубья в зацеплении

Первое слагаемое уравнения (2), приняв во внимание рисунок 1, представим в виде:

$$j'_n(\varphi) = j''_n + mn + \beta x, \quad (3)$$

где  $j''_n = j_n / 2$  – половина величины нормального бокового зазора между зубьями до перекоса осей (рисунок 1) [3];

$$mn = \frac{R_0\psi^2}{\cos \alpha_w} \cos^2 \varphi - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right); \quad x = \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{2 \cos \alpha_w} + \frac{R_0\psi}{\cos \alpha_w} \cos \varphi,$$

где  $b$  – длина средней прямолинейной части наружного зуба 1 (рисунок 1);  $\varphi_0$  – угол поворота рассматриваемой сопряженной пары зубьев, в пределах которого на участке длиной  $b_0$  происходит обкатывание поверхности с радиусом кривизны  $R_0$ , определяемый из отношения  $\psi_1 = \psi \cos \varphi_0$ ,  $\psi_0 = \arccos(\psi/\varphi)$ ;  $\beta$  – угол скоса боковых поверхностей внутренних зубьев 2 и 3 (рисунок 1);  $\psi_1$  – угол перекоса осей, в

пределах которого наружные зубья контактируют на участках длиной  $b_1$ .

С учетом выражений (2) и (3) функция распределения нормальных боковых зазоров между зубьями при перекосе осей будет иметь вид:

$$j_n(\varphi) = \frac{j_n}{2} - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right) + \beta \left( \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi \cos \varphi + \frac{mz\psi^2}{8} \sin 2\varphi. \quad (4)$$

Уравнение (4) характеризует распределение нормальных боковых зазоров между зубьями при отсутствии воздействия на зубчатую муфту вращательного момента. Если зубчатую муфту нагрузить вращательным моментом, то в соприкосновение с первой войдет та пара зубьев, у которой величина нормального бокового зазора минимальна, т.е.  $j_n(\varphi) = j_{n\min}$ , что возможно при  $\varphi = 0^\circ$  в уравнении (4), которое с учетом сказанного преобразуется к виду:

$$j_{n\min} = \frac{j_n}{2} - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right) + \beta \left( \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi. \quad (5)$$

На рисунке 2 кривые 1 характеризуют закон изменения нормальных боковых зазоров между зубьями при перекосе осей для случая  $j_{n\min} = 0$ , при этом зубчатая муфта еще не нагружена.

Перемещение рассматриваемой точки контакта нагруженной пары зубьев с учетом выражения (5),

$$W = W_{\max} + j_{n\min} = W_{\max} + \frac{j_n}{2} - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right) + \beta \left( \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi, \quad (6)$$

где  $W_{\max}$  – максимальная суммарная деформация наиболее нагруженной соприкасающейся пары зубьев.

С учетом выражений (3) и (6) запишем уравнение деформации  $W(\varphi)$  произвольно рассматриваемой пары зубьев, характеризуемой углом поворота  $\varphi$ ,

$$W(\varphi) = W - j_n(\varphi) = W_{\max} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (1 - \cos^2 \varphi) - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (1 - \cos \varphi) - \frac{mz\psi^2}{8} \sin 2\varphi. \quad (7)$$

При вращении нагруженной зубчатой муфты в условиях расцентровок осей возможны два случая эксплуатации. В первом случае при вращении муфты зубья постоянно находятся в зацеплении, что при рассмотрении статически нагруженной неподвижной зубчатой муфты соответствует передаче всеми зубьями вращательного мо-

мента. Во втором случае при вращении муфты каждая из сопряженных пар зубьев периодически выходит из зацепления, что при рассмотрении статически нагруженной неподвижной муфты соответствует передаче лишь частью зубьев вращательного момента.

Возникновение каждого из указанных случаев зависит от величины передаваемого зубчатой муфтой вращательного момента, угла перекося осей, а также от размеров зубчатых муфт, параметров зацепления зубьев и форм обтекающих боковых поверхностей зубьев.

Угол охвата зубчатой муфты (рассматривается одна четверть окружности), в пределах которого зубья находятся в зацеплении под нагрузкой, назовем параметрическим углом и обозначим его через  $\gamma$ , полагая, что  $\gamma \leq \pi/2$  (рисунок 2,а).

Таким образом, при некотором значении угла  $\varphi = \gamma$  величина деформации  $W(\varphi)$  будет равна нулю, т.е.  $W(\gamma) = 0$ . Тогда деформация максимально нагруженной пары зубьев с учетом уравнения (7),

$$W_{\max}(\gamma) = \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (1 - \cos^2 \gamma) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (1 - \cos \gamma) + \frac{mz\psi^2}{8} \sin 2\gamma. \quad (8)$$

После подстановки в уравнение (7) выражения (8), считая  $W_{\max} = W_{\max}(\gamma)$ , запишем функцию  $W(\varphi)$  в виде:

$$W(\varphi) = \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (\cos \varphi - \cos \gamma) - \frac{mz\psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma). \quad (9)$$

При величине угла  $\varphi = \pi/2$  последняя сопряженная пара зубьев выберет зазор, после чего зубья войдут в соприкосновение, но еще не загрузятся. Деформация такой пары зубьев  $W(\varphi) = 0$ , а максимальная деформация с учетом выражения (7)

$$W_{\max} = \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi.$$

Если при перекося осей зубья не выходят из зацепления при работе нагруженной муфты, то деформацию максимально нагруженной пары зубьев обозначим через  $W_{\max}$ , и она примет вид

$$W'_{\max} = W_{\max} + W_p,$$

где  $W_p$  – деформация минимально нагруженной пары зубьев при  $\varphi = \pi/2$ .

Используя принцип суперпозиции для всех сопряженных зубьев в пределах одной четверти окружности (рисунок 2), представим выражение (9) следующим образом:

$$W(\varphi) = W_p + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \\ + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (\cos \gamma - \cos \varphi) - \frac{mz\psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma). \quad (10)$$

Под деформацией  $W(\varphi)$  следует подразумевать суммарную деформацию рассматриваемой сопряженной пары зубьев, вызванную контактным взаимодействием и изгибом зубьев, а также перемещениями прилегающих к зубьям участков ободов зубчатой втулки и зубчатой обоймы, определение которых дано в [4].

Суммарная величина указанных деформаций  $W_\Sigma(\varphi)$  может быть определена из выражения

$$W_\Sigma(\varphi) = \delta_\Sigma F_n(\varphi), \quad (11)$$

где  $F_n(\varphi)$  – нормальное усилие, действующее на рассматриваемую пару зубьев, характеризуемую углом поворота  $\varphi$ ;  $\delta_\Sigma$  – податливость сопряженной пары зубьев.

Принимая  $W_\Sigma(\varphi) = W(\varphi)$  и учитывая уравнения (10) и (11), получим зависимость распределения нормальных усилий между зубьями,

$$F_n(\varphi) = \frac{1}{\delta_\Sigma} \left\{ W_p + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \right. \\ \left. + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (\cos \varphi - \cos \gamma) - \frac{mz\psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma) \right\}. \quad (12)$$

Уравнение (12) содержит неизвестные параметры  $W_p$  и  $\gamma$ , определение которых произведем раздельно. Рассмотрим случай, когда при работе нагруженной муфты зубья периодически выходят из зацепления. В таком случае  $W_p = 0$ , а выражение (12) преобразуется к виду

$$F_n(\varphi) = \frac{1}{\delta_\Sigma} \left\{ \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \right. \\ \left. + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (\cos \varphi - \cos \gamma) - \frac{mz\psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma) \right\}. \quad (13)$$

Неизвестный параметрический угол  $\gamma$  определяется из условия равновесия зубчатой муфты при перекосе и отсутствии перекоса осей, что выражается постоянством и равенством передаваемого вращательного момента,

$$T = 4 \int_0^\gamma r dF_n(\varphi) \cos \alpha_w = 4r \cos \alpha_w \int_0^\gamma W_n(\varphi) d\varphi, \quad (14)$$

где  $dF_n(\varphi) = w_n(\varphi) d\varphi$ ;  $w_n(\varphi) = zF_n(\varphi)/2\pi$  – интенсивность нормального усилия, Н/рад.

После подстановки в уравнение (14) выражения (13), полагая  $T = zrF_m$ , получим зависимость

$$F_m(\varphi) = \frac{2 \cos \alpha_w}{\pi \delta_\Sigma} \left\{ \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} A(\gamma) + \right.$$

$$+ \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi B(\gamma) - \frac{mz\psi^2}{8} C(\gamma) \Bigg\}, \quad (15)$$

где  $F_m$  – усилие, приходящееся на один зуб при отсутствии перекоса осей;

$$A(\gamma) = \frac{\gamma}{2} + \left( \frac{\sin \gamma}{2} - \gamma \cos \gamma \right) \cos \gamma; \quad B(\gamma) = \sin \gamma - \gamma \cos \gamma; \quad C(\gamma) = (\sin \gamma - 2\gamma \cos \gamma) \sin \gamma.$$

Для нахождения угла  $\gamma$  при известных величинах  $F_m$ ,  $\delta_\Sigma$ ,  $R_0$ ,  $m$ ,  $z$ ,  $\psi$ ,  $\alpha_w$  и  $\varphi_0$  необходимо решить трансцендентное уравнение (15).

Неизвестную величину  $W_p$  определим после подстановки в уравнение (14) функций  $A(\gamma)$ ,  $B(\gamma)$  и  $C(\gamma)$ , считая угол  $\gamma$  известным, а именно:

$$W_p = \frac{\pi F_m \delta_\Sigma}{2\gamma \cos \alpha_w} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} \frac{A(\gamma)}{\gamma} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{2\gamma \cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi \frac{B(\gamma)}{\gamma} + \frac{mz\psi^2}{8} \frac{C(\gamma)}{\gamma}. \quad (16)$$

После замены в уравнении (13) деформации  $W_p$  выражением (16) получим в окончательном виде функцию распределения нормальных усилий между зубьями,

$$F_n(\varphi) = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sin 2\gamma}{4\gamma} \right) \cos^2 \varphi - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( \frac{\sin \gamma}{\gamma} - \cos \varphi \right) + \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} \left( \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} - \cos 2\varphi \right). \quad (17)$$

Выражение (17) характерно для случая периодического выхода из зацепления зубьев работающей зубчатой муфты (рисунок 2,а, кривая 2). Если зубья не выходят из зацепления, то необходимо в уравнении (17) принять угол  $\gamma = \pi/2$  (рисунок 2,б, кривая 2). В результате

$$F_n(\varphi) = \frac{F_m}{\cos \alpha_w} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( \frac{1}{2} - \cos^2 \varphi \right) - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( \frac{2}{\pi} - \cos \varphi \right) + \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} \left( \frac{2}{\pi} - \cos 2\varphi \right). \quad (18)$$

Если в уравнениях (17) и (18) принять угол  $\varphi = 0$ , то получим выражения максимальных нормальных усилий, действующих на наиболее нагруженные сопряженные пары зубьев:

$$F_{n\max} = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \right) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( 1 - \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right) + \frac{mz\psi^2 \sin^2 \gamma}{8\delta_\Sigma \gamma}; \quad (19)$$

$$F_{n\max} = \frac{F_m}{\cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{4\delta_\Sigma} +$$

$$+ \frac{(\pi - 2)}{\pi} \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} + \frac{mz\psi^2}{4\delta_\Sigma}. \quad (20)$$

Нагрузочная способность зубчатой муфты определяется с учетом величины нормального усилия по формуле (19) или (20). Для сравнения нагрузочной способности рассматриваемой зубчатой муфты с традиционной конструкцией [4] и с конструкцией муфты [1] необходимо в выражениях (19), (20) сначала положить  $\varphi=0$ ,  $R_0=\infty$  и  $b=b_1$ , а затем  $\beta=0$ . В результате соответственно получим:

$$F'_{n\max}(\gamma) = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} - \frac{b_1 \psi}{2\delta_\Sigma} \left( 1 + \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right) + \frac{mz\psi^2}{16\gamma\delta_\Sigma} [2\sin^2 \gamma - \alpha_w(2\gamma - \sin 2\gamma)]; \quad (21)$$

$$F'_{n\max} = \frac{F_n}{\cos \alpha_w} + \frac{(\pi - 2)b_1 \psi}{2\pi\delta_\Sigma} + \frac{(2 - \pi\alpha_w)mz\psi^2}{8\pi\delta_\Sigma}; \quad (22)$$

$$F_{n\max}(\gamma) = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( 1 - \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \right) + \left( \frac{b_1}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( 1 - \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right) + \frac{mz\psi^2 \sin^2 \gamma}{8\gamma\delta_\Sigma}; \quad (23)$$

$$F_{n\max} = \frac{F_m}{\cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{4\delta_\Sigma} + \frac{(\pi - 2)}{\pi} \left( \frac{b_1}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) \frac{\psi}{\delta_\Sigma} + \frac{mz\psi^2}{4\pi\delta_\Sigma}. \quad (24)$$

Уравнения (21) и (22) соответствуют уравнениям распределения усилий между прямыми наружными и внутренними зубьями [4], а уравнения (23) и (24) – уравнениям распределения усилий между комбинированными наружными и прямыми внутренними зубьями [1].

Если разделить правые и левые части уравнений (21) и (22) соответственно на правые и левые части уравнений (23) и (24), а также уравнений (19) и (20), то получим коэффициент  $K_0$ , учитывающий повышение нагрузочной способности зубчатой муфты за счет профилирования либо наружных зубьев, либо наружных и внутренних:

$$K_p = \frac{F'_{n\min}(\gamma)}{F_{n\max}}; \quad K_p = \frac{F'_{n\min}(\gamma)}{F_{n\max}}.$$

При проектировании зубчатых муфт с комбинированными наружными зубьями [1], у которых угол  $\beta=0$ , необходимо угол  $\varphi_0$  принимать из условия  $\pi/6 \leq \varphi_0 \leq \pi/3$ , так как при этом наблюдается существенное повышение ее нагрузочной способности [5].

Выполняя расчеты зубчатых муфт для случая выхода из зацепления части зубьев, необходимо решить трансцендентное уравнение (15), при использовании которого следует задаться не менее чем четырьмя-пятью значениями угла  $\gamma$ , определить функции  $A(\gamma)$ ,  $B(\gamma)$ ,  $C(\gamma)$  при этих значениях углов, построить в системе координат ряд кривых, описанных правой частью уравнения, через ось ординат провести прямую, соответствующую константе  $F_m$ , которая пересечет указанные кривые в точках, абсциссы которых будут соответствовать истинным величинам угла  $\gamma$ .



Приведенный метод определения угла  $\gamma$ , как следует из описания, трудоемок, в связи с чем можно частично воспользоваться другим, менее трудоемким методом расчета, суть которого состоит в следующем. Если в традиционной муфте [4] вес зубья участвуют в зацеплении, то в рассматриваемой – тем более. Условие, при котором обеспечивается зацепление всех зубьев в традиционной муфте, выглядит следующим образом [4]:  $F_m > b_1 \psi \alpha_w / \pi \delta_\Sigma$ . Если сила  $F_m$  меньше правой части указанного неравенства, то при вращении нагруженной муфты зубья периодически выходят из зацепления.

Оценим эффективность зубчатой муфты [1], у которой внутренние зубья прямые, т.е. угол  $\beta=0$ , по сравнению с традиционной конструкцией, содержащей прямые наружные и внутренние зубья, у которой  $F_m=5,25 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;  $b_1=30 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $z=60$ ;  $m=5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $\alpha_w=20^\circ$ ;  $\psi=4 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$ ;  $\delta_\Sigma=7 \cdot 10^{-9} \text{ м/Н}$ .

Максимальное нормальное усилие в традиционной зубчатой муфте  $F'_{n\max}=8,722 \cdot 10^3 \text{ Н}$ , и оно определено по формуле (22) в связи с тем, что  $F_m=5,25 \cdot 10^3 \text{ Н} > b_1 \psi \alpha_w / \pi \delta_\Sigma$ . По этой причине в дальнейшем при оценке нагрузочной способности зубчатых муфт следует пользоваться уравнением (24) либо уравнением (20).

Расчеты  $F_{n\max}$  по формуле (24) для муфты [1] приведены в таблице 1 при  $\beta=0$  для трех значений угла  $\varphi_0$ , причем каждому значению угла  $\varphi_0$  соответствуют пять значений радиусов кривизны  $R_0$ .

Из анализа данных таблицы 1 видно, что при угле, например,  $\varphi_0=30^\circ$  и радиусе кривизны  $R_0=3 \text{ м}$  нагрузочная способность зубчатой муфты [1] в 1,455 раза выше нагрузочной способности традиционной конструкции; угол перекоса осей, в пределах которого комбинированные наружные зубья обкатываются по криволинейным поверхностям,  $\psi_0=\psi \cos \varphi_0=4 \cdot 10^{-3} \cos 30^\circ=3,46 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$ . Оставшаяся величина перекоса осей  $\psi_1=\psi-\psi_0=(4-3,46) \cdot 10^{-3}=0,54 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$  компенсируется прямолинейными участками зуба длиной  $b_1=9,24 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . При этом длина каждого из торцевых участков  $b_0=(b_1-b)/2=(30-9,24) \cdot 10^{-3}/2=10,38 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Установив влияние комбинированных наружных зубьев на нагрузочную способность исследуемой зубчатой муфты [1], рассмотрим влияние на нагрузочную способность исследуемой зубчатой муфты угла  $\beta$ . С этой целью решим задачу по определению оптимального значения угла  $\beta$ , величина которого находится в пределах  $0 < \beta < \psi$ . С точки зрения нагрузочной способности зубчатой муфты в качестве

Таблица 1 – результаты расчетов  $F_{n\max}$  по формуле (24)

$R_0, \text{ м}$	$\beta=0$								
	$b \cdot 10^3, \text{ м}$			$F_{n\max}, \text{ Н}$			$K_p$		
	$\varphi_0=30$	$\varphi_0=45$	$\varphi_0=55$	$\varphi_0=30$	$\varphi_0=45$	$\varphi_0=55$	$\varphi_0=30$	$\varphi_0=45$	$\varphi_0=55$
0,5	26,54	27,17	27,71	8176	8311	8425	1,067	1,049	1,035
1,0	23,08	24,34	25,42	7738	8011	8136	1,127	1,089	1,072
1,5	19,62	21,51	23,13	7300	7710	8052	1,195	1,131	1,083
2,0	16,16	18,68	20,84	6863	7410	7866	1,271	1,177	1,109
3,0	9,24	13,02	16,24	5996	6813	7498	1,455	1,280	1,163
	$\beta \cdot 10^3, \text{ рад}$			$F_{n\max}=F_m/\cos \alpha_w$			$K_p$		
	$\beta=30$	$\beta=45$	$\beta=55$	$\beta=30$	$\beta=45$	$\beta=55$	$\beta=30$	$\beta=45$	$\beta=55$
	$\beta=30$	$\beta=45$	$\beta=55$	$\beta=30$	$\beta=45$	$\beta=55$	$\beta=30$	$\beta=45$	$\beta=55$
0,5	24,460	25,690	26,730	5585	5585	5585	1,464	1,488	1,509
1,0	10,246	11,477	12,510	-	-	-	1,385	1,434	1,457
1,5	5,510	6,740	7,777	-	-	-	1,307	1,380	1,442
2,0	3,140	4,372	5,408	-	-	-	1,229	1,327	1,408
3,0	0,771	2,000	3,040	5585	5585	5585	1,063	1,220	1,343

четвертое слагаемые правой части уравнений (19) и (20) приравнять к нулю. Так как речь идет о равномерном распределении усилий между зубьями, то в качестве объекта исследования примем уравнение (20), имея в виду, что  $b=b_1-2R_0\cos\varphi_0$ , тогда

$$\left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{4\delta_\Sigma} - \frac{(\pi-2)}{\pi} \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} + \frac{mz\psi^2}{4\pi\delta_\Sigma} = 0,$$

откуда получим

$$\beta = \psi \left[ \frac{\pi}{4(\pi-2)} + \frac{(2-\pi\alpha_w)mz \cos \alpha_w}{8(\pi-2)R_0} - (1+\cos \alpha_w) \cos \varphi_0 \right] + \frac{b_1 \cos \alpha_w}{2R_0}. \quad (25)$$

Величины параметра  $\beta$ , подсчитанные для трех значений угла  $\varphi_0$ , каждому из которых соответствуют пять значений радиуса кривизны  $R_0$ , приведены в таблице 1. Из таблицы 1 видно, что все значения угла  $\beta$  заключены в интервале  $(0,771\dots 26,730) \cdot 10^{-3}$  рад, причем в реальных условиях из этой таблицы можно выбрать величины  $\beta=(0,771\dots 26,730) \cdot 10^{-3}$  рад. Сравнивая коэффициенты  $K_p$  при  $\beta=0$  и  $\beta>0$ , нетрудно заметить, что профилирование внутренних зубьев, выраженное параметром  $\beta$ , приводит к существенному возрастанию нагрузочной способности исследуемой зубчатой муфты по сравнению с таковой [1]. Следовательно, путем подбора соответствующих значений параметров  $\varphi_0$  и  $R_0$  можно добиться такого распределения усилий между зубьями при перекосе осей, при котором зубчатая муфта будет работать как идеальный шарнир с точки зрения нагрузочной способности.

Угол  $\varphi_0$  в зубчатой муфте [1] находим из уравнения (25) при  $\beta=0$ ,

$$\varphi_0 = \arccos \left\{ \frac{1}{1+\cos \alpha_w} \left[ \frac{\pi}{4(\pi-2)} + \frac{(2-\pi\alpha_w)mz \cos \alpha_w}{8(\pi-2)R_0} + \frac{b_1 \cos \alpha_w}{2R_0\psi} \right] \right\}. \quad (26)$$

Если  $\beta>0$ , то при определении угла  $\varphi_0$  будем исходить из того, что  $\Delta S_1=\Delta S_2$  (рисунок 1), где  $\Delta S_1 = (2b_0)^2 / 8R_0 = b_0^2 / 2R_0$  [4];  $\Delta S_2=\beta(b/2)$ . Объединив выражения  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$ , запишем:

$$\beta = \frac{b_0}{R_0 b^2}. \quad (27)$$

В соответствии с уравнениями (25) и (27) зависимость угла  $\varphi_0$  выразим следующим образом:

$$\varphi_0 = \arccos \left\{ \frac{1}{1+\cos \alpha_w} \left[ \frac{4\pi}{4(\pi-2)} + \frac{(2-\pi\alpha_w)mz \cos \alpha_w}{8(\pi-2)R_0} + \frac{1}{R_0\psi} \left( \frac{b_1 \cos \alpha_w}{2} - \frac{b_0^2}{b_2} \right) \right] \right\}. \quad (28)$$

Таким образом, используя уравнения (26) и (28), определяем один из основных параметров комбинированных наружных зубьев – угол  $\varphi_0$ , что позволяет в дальнейшем легко осуществить выбор остальных параметров.

### Выводы:

1. Получены уравнения законов распределения боковых зазоров, деформаций и усилий между профилированными зубьями зубчатых муфт с учетом расцентровок осей соединяемых валов машинных агрегатов. Разработана методика расчета нагру-

зочной способности и оценена эффективность исследуемых зубчатых муфт.

2. Определены зависимости, позволяющие при наличии профилирования наружных и внутренних зубьев создавать конструкции зубчатых муфт с повышенными нагрузочными свойствами.

**Список литературы:** 1. А.с. 1695009 СССР. Зубчатая муфта [Текст] / А.П. Попов, И.И. Добринов, П.А. Тонкошкур (СССР). – 4395497/27; Заявл. 15.06.89; Опубл. 30.11.91. Бюл. №44. 2. А.с. 1504394 СССР. Зубчатая муфта [Текст] / А.П. Попов. – 4089604/31-27; заявл. 09.07.86; опубл. 30.08.89. Бюл. №32. 3. Попов А.П. Исследование законов распределения зазоров между зубьями зубчатых муфт с различными формами образующих боковых поверхностей [Текст] / А.П. Попов // Смазка и трение в судовых машинах: Сб. научн. тр. – Николаев: НКИ, 1992. – С.30-46. 4. Попов А.П. Зубчатые муфты в судовых агрегатах [Текст] / А.П. Попов. – Л.: Судостроение, 1985. – 240с. 5. Попов А.П. Нагрузочная способность судовых зубчатых муфт с учетом модификации зубьев [Текст] / А.П. Попов // Судовые энергетические установки: Сб. научн. тр. – Николаев: НКИ, 1992. – С.57-70.

*Поступила в редколлегию 15.03.2013*

УДК 621.833

**Повышение нагрузочной способности зубчатых муфт энергетических установок / О.И. Савенков** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.131-141. – Бібліогр.: 5 назв.

Розроблено методи розрахунку навантажувальної здатності зубчастих муфт, у яких внутрішні зуби є скошеними, а зовнішні зуби складаються з прямолінійно-криволінійних ділянок. Показано, що при певних поєднаннях параметрів профілювання зовнішніх і внутрішніх зубів можливе створення зубчастих муфт, у яких спостерігається рівномірний розподіл зусиль між зубами незалежно від расцентровок осей.

**Ключові слова:** муфта, зуб, зусилля, перекіс, поздовжня модифікація.

The coupling methods of the gear coupling load capacity having beveled inner teeth and external teeth consisting of rectilinear-curvilinear parts have been worked out. It has been shown that by determine combinations of the profile parameters of external and inner teeth there is possibility of making gear couplings having uniform force intensity independently of axes disalignments.

**Keywords:** coupling, tooth, force, effort, disalignments, longitudinal modification.

УДК 621.01 (833)

**Х.С. САМИДОВ**, д.т.н., проф., заведуючий каф. АЗАСУ, Баку, Азербайджан;  
**Х.Д. МУСТАФАЕВ**, к.т.н., докторант АЗАСУ

## **АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СТОЛА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРИВОДА**

На базе теоретических и экспериментальных методов исследования анализируется устойчивость перемещения стола электромеханического привода.

**Ключевые слова:** устойчивость, анализ, привод.

**Актуальность задачи.** Важными прикладными задачами, в которых широко используются представления о свойствах вибраций рабочих узлов машин, являются задачи неустойчивости движения узлов машин. Поэтому исследование устойчивости движения машин считается весьма актуальной задачей.

**Анализ литературы.** Существует довольно много методов определения устойчивости движения деталей и узлов различных машин, так называемых критериев устойчивости Рауса-Гурвица, Михайлова, А.М. Ляпунова, Х.С. Самидова, амплитудно-фазовой и др. [1, 2, 5].

© Х.С. Самидов, Х.Д. Мустафаев, 2013